绝密 ★ 考试结束前

全国2017年10月高等教育自学考试

线性代数(经管类)试题

课程代码:04184

请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。

说明：在本卷中，A^T表示矩阵A的转置矩阵，A^*表示矩阵A的伴随矩阵，E是单位矩阵，$|A|$表示方阵A的行列式，$r(A)$表示矩阵A的秩。

选择题部分

注意事项：

1. 答题前,考生务必将自己的考试课程名称、姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。

2. 每小题选出答案后,用2B铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。不能答在试题卷上。

一、单项选择题：本大题共5小题，每小题2分，共10分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的，请将其选出。

1. 设A, B是n阶可逆矩阵，下列等式中正确的是

A. $(A+B)^{-1}=A^{-1}+B^{-1}$　　B. $(AB)^{-1}=A^{-1}B^{-1}$

C. $(A-B)^{-1}=A^{-1}-B^{-1}$　　D. $(AB)^{-1}=B^{-1}A^{-1}$

2. 设A为3阶矩阵且$r(A)=1$，$B=\begin{pmatrix}1&2&3\\0&1&6\\0&0&1\end{pmatrix}$，则$r(BA)=$

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. 3

3. 设向量组$\alpha_1=(1,2,3)$，$\alpha_2=(0,1,2)$，$\alpha_3=(0,0,1)$，$\beta=(1,3,6)$，则

A. α_1，α_2，α_3，β线性无关

B. β不能由α_1，α_2，α_3线性表示

C. β可由α_1，α_2，α_3线性表示，且表示法惟一

D. β可由α_1，α_2，α_3线性表示，但表示法不惟一

4．设 A 为 4×5 矩阵且 $r(A)=4$，则齐次线性方程组 $Ax=0$ 的基础解系中所含向量的个数为

A．1　　B．2　　C．3　　D．4

5．设 3 阶矩阵 A 的特征多项式为 $|\lambda E-A|=(\lambda-2)(\lambda+3)^2$，则 $|A+E|=$

A．-18　　B．-12　　C．12　　D．18

非选择题部分

注意事项：

用黑色字迹的签字笔或钢笔将答案写在答题纸上，不能答在试题卷上。

二、填空题：本大题共 10 小题，每小题 2 分，共 20 分。

6．行列式 $\begin{vmatrix} 100 & 101 \\ 102 & 103 \end{vmatrix}$ 的值为________.

7．设 A 为 3 阶矩阵，$|A|=1$，则 $|-2A|=$________.

8．设 n 阶矩阵 A 的所有元素都是 1，则 $r(A)=$________.

9．设 A 为 3 阶矩阵，将 A 的第 1 行与第 2 行交换得到矩阵 B，则 $|A-B|=$________.

10．设 3 维向量 $\boldsymbol{\alpha}=(3,-1,2)^T$，$\boldsymbol{\beta}=(3,1,4)^T$，若向量 $\boldsymbol{\gamma}$ 满足 $2\boldsymbol{\alpha}+\boldsymbol{\gamma}=3\boldsymbol{\beta}$，则 $\boldsymbol{\gamma}=$________.

11．已知线性方程组 $\begin{cases} x_1+x_2+x_3=4 \\ x_1+2x_2-ax_3=3 \\ x_1+x_2-ax_3=2 \end{cases}$ 无解，则数 $a=$________.

12．设向量 $\boldsymbol{\alpha}=(1,1,3)$，$\boldsymbol{\beta}=(1,-1,1)$，矩阵 $A=\boldsymbol{\alpha}^T\boldsymbol{\beta}$，则矩阵 A 的非零特征值为________.

13．已知 3 阶矩阵 A 的特征值为 1，2，3，且矩阵 B 与 A 相似，则 $|B^2+E|=$________.

14．已知向量组 $\boldsymbol{\alpha}_1=(1,2,3)$，$\boldsymbol{\alpha}_2=(2,2,k)$ 正交，则数 k=______.

15．已知 3 阶实对称矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的特征多项式 $|\lambda\boldsymbol{E}-\boldsymbol{A}|=(\lambda-1)(\lambda+2)(\lambda-5)$，则二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}$ 的正惯性指数为____________.

三、计算题：本大题共 7 小题，每小题 9 分，共 63 分。

16．计算 4 阶行列式 $D=\begin{vmatrix}1&1&1&2\\1&1&2&1\\1&2&1&1\\2&1&1&1\end{vmatrix}$ 的值.

17．已知矩阵 $\boldsymbol{A}=(2,1,0)$，$\boldsymbol{B}=(1,2,3)$，$f(x)=x^2-5x+1$，求 $\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B}$ 及 $f(\boldsymbol{A}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{B})$.

18．已知矩阵 $\boldsymbol{A},\boldsymbol{B}$ 满足 $\boldsymbol{AX}=\boldsymbol{B}$，其中 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}1&-2&1\\0&1&-2\\0&0&1\end{pmatrix}$，$\boldsymbol{B}=\begin{pmatrix}3&-1\\0&1\\-1&1\end{pmatrix}$，求 $\boldsymbol{X}$.

19．求向量组 $\boldsymbol{\alpha}_1=(1,1,1,0)^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{\alpha}_2=(-1,-3,5,4)^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{\alpha}_3=(2,1,-2,-2)^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{\alpha}_4=(-1,-5,11,8)^{\mathrm{T}}$ 的一个极大线性无关组，并将向量组中的其余向量用该极大线性无关组线性表出.

20．设 3 元齐次线性方程组 $\begin{cases}x_1+2x_2+3x_3=0\\ \quad\ \ 2x_2+ax_3=0\\2x_1+2x_2+3x_3=0\end{cases}$，确定 a 为何值时，方程组有非零解，并求其通解.

21．设矩阵 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}2&0&0\\0&3&2\\0&2&3\end{pmatrix}$，求可逆矩阵 $\boldsymbol{P}$ 和对角矩阵 $\boldsymbol{\Lambda}$，使得 $\boldsymbol{P}^{-1}\boldsymbol{AP}=\boldsymbol{\Lambda}$.

22．已知 $f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2+4x_2^2+2x_3^2+2t\,x_1x_2-2x_1x_3$ 为正定二次型，（1）确定 t 的取值范围；（2）写出二次型 $f(x_1,x_2,x_3)$ 的规范形.

四、证明题：本题 7 分。

23．证明矩阵 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}1&0&0\\1&1&0\\1&1&1\end{pmatrix}$ 不能对角化.