自考大网校
www.zikaoda.com

绝密 ★ 考试结束前

2022年10月高等教育自学考试

线性代数试题

课程代码:02198

1. 请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。

2. 答题前,考生务必将自己的考试课程名称、姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。

说明：在本卷中，A^{T}表示矩阵A的转置矩阵，A^{*}表示矩阵A的伴随矩阵，E是单位矩阵，$|A|$表示方阵A的行列式，$r(A)$表示矩阵A的秩.

选择题部分

注意事项：

每小题选出答案后,用2B铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。不能答在试题卷上。

一、单项选择题：本大题共5小题，每小题2分，共10分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的，请将其选出。

1. 行列式 $\begin{vmatrix} 0 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 2 \\ 3 & 0 & 4 \end{vmatrix} =$

A. -4　　B. -2　　C. 2　　D. 4

2. 设A为3阶矩阵，$P=\begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$，则用$P$左乘$A$，相当于将$A$

A. 第1行的3倍加到第2行　　B. 第1列的3倍加到第2列

C. 第2行的3倍加到第1行　　D. 第2列的3倍加到第1列

3. 设向量组$\alpha_1=(2,1,-3)^{T}$，$\alpha_2=(-4,k,6)^{T}$线性相关，则数$k=$

A. -2　　B. -1　　C. 1　　D. 2

ZIKAODA·自考大网校·ZIKAODA·自考大网校·ZIKAODA·自考大网校·ZIKAODA·自考大网校·ZIKAODA·自考大网校·ZIKAODA·自考大网校·ZIKAODA·自考大网校

通过才是硬道理！
本试卷由自考大网校整理发布，更多试卷可通过「自考大网校」微信公众号 获取

自考大网校
www.zikaoda.com

4．设线性方程组$\begin{cases} kx_1+x_2+x_3=1 \\ x_1+kx_2+x_3=k \\ x_1+x_2+kx_3=k^2 \end{cases}$无解，则数$k=$

A．-2　　B．-1　　C．0　　D．1

5．设矩阵$\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}$，则二次型$f(x_1,x_2,x_3)=\boldsymbol{x}^{\mathrm{T}}\boldsymbol{A}\boldsymbol{x}$的规范形为

A．$z_1^2+z_2^2$　　B．$z_1^2-z_2^2$　　C．$z_1^2-z_2^2-z_3^2$　　D．$z_1^2+z_2^2-z_3^2$

非选择题部分

注意事项：

用黑色字迹的签字笔或钢笔将答案写在答题纸上，不能答在试题卷上。

二、填空题：本大题共10小题，每小题2分，共20分。

6．设$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}=-3$，则$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{13}-2a_{11} & 4a_{12} \\ a_{21} & a_{23}-2a_{21} & 4a_{22} \\ a_{31} & a_{33}-2a_{31} & 4a_{32} \end{vmatrix}=$_____.

7．设$D=\begin{vmatrix} -1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & x \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix}$，则$D$的展开式中$x$的系数为_____.

8．设$\boldsymbol{A}$为3阶可逆矩阵，且$|\boldsymbol{A}|=2$，则$|-\boldsymbol{A}^*|=$_____.

9．若矩阵$\boldsymbol{A}$中有一个2阶子式不为零，且所有3阶子式均为零，则$\mathrm{r}(\boldsymbol{A})=$_____.

10．已知向量$\boldsymbol{\alpha}_1=(1,1,1)^{\mathrm{T}}$与$\boldsymbol{\alpha}_2=(2,3,a)^{\mathrm{T}}$正交，则数$a=$_____.

11．设有向量组I：$\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3$与向量组II：$\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3,\boldsymbol{\alpha}_4$．若I线性相关，则II的线性相关性为_____.

12．设齐次线性方程组$\begin{cases} x_1+kx_2+x_3=0 \\ 2x_1+x_2+x_3=0 \\ kx_2+x_3=0 \end{cases}$有非零解，则数$k$应满足的条件是_____.

ZIKAODA·自考大网校·ZIKAODA·自考大网校·ZIKAODA·自考大网校·ZIKAODA·自考大网校·ZIKAODA·自考大网校·ZIKAODA·自考大网校

通过才是硬道理！
本试卷由自考大网校整理发布，更多试卷可通过
「自考大网校」微信公众号 获取

自考大网校
www.zikaoda.com

13．设 $\boldsymbol{A}$ 为 n 阶可逆矩阵，且满足 $|2\boldsymbol{A}-\boldsymbol{E}|=0$，则 $\boldsymbol{A}^{-1}$ 必有一个特征值为_____.

14．设 2 阶矩阵 $\boldsymbol{A}$ 的特征值为 $2,5$，则 $|\boldsymbol{A}+\boldsymbol{E}|=$_____.

15．若二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2+ax_2^2+(a-2)x_3^2+4x_1x_2$ 正定，则数 a 应满足的条件是_____.

三、计算题：本大题共 7 小题，每小题 9 分，共 63 分。

16．计算行列式 $\begin{vmatrix} a & b & c \\ a & a+b & a+b+c \\ a & 2a+b & 3a+2b+c \end{vmatrix}$ 的值.

17．已知 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}, \boldsymbol{B}=(1,2,3), \boldsymbol{C}=\begin{pmatrix}-1&0&1\\0&2&0\\0&0&1\end{pmatrix}$，求 $\boldsymbol{AB}-(\boldsymbol{BA})\boldsymbol{C}^{\mathrm{T}}$.

18．已知 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}1&2&-1\\0&1&0\\0&0&-1\end{pmatrix}$，$\boldsymbol{B}=\begin{pmatrix}-1&0\\0&1\\1&-1\end{pmatrix}$.（1）求 $\boldsymbol{A}^{-1}$；（2）解矩阵方程 $\boldsymbol{AX}=\boldsymbol{B}$.

19．求向量组 $\boldsymbol{\alpha}_1=(1,\ 1,\ 2,\ -1)^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{\alpha}_2=(0,1,2,-1)^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{\alpha}_3=(0,0,1,0)^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{\alpha}_4=(0,0,0,1)^{\mathrm{T}}$，$\boldsymbol{\alpha}_5=(1,2,4,-3)^{\mathrm{T}}$ 的秩和一个极大线性无关组，并把其余向量用该极大无关组线性表示.

20．设非齐次线性方程组 $\begin{cases} x_1-2x_2+3x_3=1 \\ x_2-x_3=-1 \\ x_1+x_3=a \end{cases}$，当常数 a 为何值时，方程组有无穷多解？并求其通解（要求用它的一个特解和导出组的基础解系表示）.

21．已知矩阵 $\boldsymbol{A}=\begin{pmatrix}-2&1&-2\\-5&3&-3\\1&0&2\end{pmatrix}$，判定 $\boldsymbol{A}$ 是否可以相似对角化？并说明理由.

22．求正交变换 $\boldsymbol{x}=\boldsymbol{Py}$，将二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=x_1^2+3x_2^2+3x_3^2-4x_2x_3$ 化为标准形.

ZIKAODA·自考大网校·ZIKAODA·自考大网校·ZIKAODA·自考大网校·ZIKAODA·自考大网校·ZIKAODA·自考大网校·ZIKAODA·自考大网校·ZIKAODA·自考大网校

通过才是硬道理！
本试卷由自考大网校整理发布，更多试卷可通过「自考大网校」微信公众号 获取

自考大网校
www.zikaoda.com

四、证明题：本题 7 分。

23．设向量组 $\boldsymbol{\alpha}_1,\boldsymbol{\alpha}_2,\boldsymbol{\alpha}_3,\boldsymbol{\alpha}_4$ 线性无关，证明：向量组 $\boldsymbol{\alpha}_1+c_1\boldsymbol{\alpha}_4$，$\boldsymbol{\alpha}_2+c_2\boldsymbol{\alpha}_4$，$\boldsymbol{\alpha}_3+c_3\boldsymbol{\alpha}_4$ 线性无关（其中 c_1,c_2,c_3 是任意常数）．

ZIKAODA·自考大网校·ZIKAODA·自考大网校·ZIKAODA·自考大网校·ZIKAODA·自考大网校·ZIKAODA·自考大网校·ZIKAODA·自考大网校

通过才是硬道理！
本试卷由自考大网校整理发布，更多试卷可通过
「自考大网校」微信公众号 获取